RESOLUCIÓN PASO A PASO DE UNA ECUACIÓN DE SEGUNDO GRADO

Toda ecuación de segundo grado puede expresarse de la forma: $ax^2+bx+c=0$ donde a, b y c son números reales cualesquiera, teniendo en cuenta que la 'a' no puede ser 0 (ya que en ese caso, la ecuación no sería de segundo grado)

Cuando nos dan una ecuación de segundo grado, siempre podremos expresarla de dicha forma mediante las ya conocidas reglas para transformar una ecuación en otra equivalente: (lo que está sumando pasa restando, lo que está multiplicando pasa dividiendo...)

Una vez esté expresada de esa forma, la resolución es muy sencilla, usando la fórmula general:

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a}$$

Sin embargo, hay atajos que nos pueden permitir resolver una ecuación de segundo grado sin necesidad de usar ni siquiera la fórmula, en los casos en los que *b=0* y/o *c = 0*

Veamos estos casos uno a uno, mediante ejemplos:

<u>CASO 1</u>: b = 0 ; c = 0

Ejemplo: $3x^2=0$

Está claro que aquí no hay necesidad de usar la fórmula general. Simplemente basta con pensar un poco: el único número que multiplicado por 3 da como resultado 0, es precisamente el 0. Así que de aquí se deduce que $x^2=0$; pero el único número que multiplicado por sí mismo da 0 es de nuevo el 0, así que la única solución posible en este caso es que $x=0$

En este caso, siempre el resultado será x = 0.

<u>CASO 2</u>: $b=0\,,c\neq 0$

Ejemplo 1: $9x^2-8=3x^2+7$

Como vemos, en este caso no tenemos la ecuación de la forma que “nos gusta” Así que antes de nada lo que haremos será poner un 0 a la derecha de la igualdad, trasladando todos los términos a la izquierda. (Recordad, lo que está sumando pasa restando, etc)

$9x^2-8-3x^2-7=0$

Y por supuesto, ahora hay que unir los términos que son semejantes, de donde nos queda:

$6x^2-15=0$

Ahora ya la tenemos como “nos gusta”. Y efectivamente, vemos que “le falta la b”. Tenemos dos opciones, o usamos la fórmula teniendo en cuenta que $a=6\,;b=0\,;c=-15$ o despejamos como en una ecuación de primer grado:

$$x^2=\frac{15}{6}$$

Ahora, lo que tenemos despejado es equis al cuadrado. Pero nosotros queremos calcular el valor de x. Si un número al cuadrado es 15/6, el número que estamos buscando debe ser la raíz cuadrada de dicho número. (positiva o negativa)

Así que el resultado será: $x=\pm\sqrt{\frac{15}{6}}$

Ejemplo 2: $2x^2-3=x^2-7$

Observemos que en este ejemplo, resolviéndolo nos queda lo siguiente:

$$2x^2-x^2-3+7=0$$

$$x^2+4=0$$

$x^2=-4$ Pensemos un poquito: ¿Existe algún número real que al elevarlo al cuadrado dé como resultado un número negativo? ¿A que no?
Si alguna vez obtenemos algo así, diremos que la ecuación NO TIENE SOLUCIÓN REAL.

CASO 3: $b\neq 0\,;\,c=0$

Ejemplo: $12x^2-7x-2=3x^2+9x-2$

Como siempre, vamos a pasar todos los términos a la izquierda para dejar a la derecha un cero:

$$12x^2-7x-2-3x^2-9x+2=0$$

Uniendo los términos semejantes nos queda:

$$9x^2-16x=0$$

Vemos que efectivamente nos encontramos en el caso de que c = 0, es decir, no hay término independiente. De nuevo tenemos dos opciones, podemos usar la fórmula general, usando en este caso que $a=9$ $b=-16$ $c=0$

o bien podemos darnos cuenta de que podemos extraer factor común la x de la siguiente manera:

$$x\cdot(9x-16)=0$$

por lo que obtenemos una multiplicación cuyo resultado es 0. Es obvio entonces que al menos uno de los factores es 0. Por lo que la solución debe ser que:

$$< \begin{array}{l} x=0 \\ 9x-16=0\rightarrow x=\frac{16}{9} \end{array}$$ que son las dos soluciones que tiene esta ecuación.

CASO 4: $b \neq 0 ; c \neq 0$

Este es el caso general. En realidad todas las ecuaciones de segundo grado pueden resolverse usando la fórmula general, pero como hemos dicho, hay atajos que pueden hacer que no perdamos tanto tiempo en resolverlas, lo que a la larga, nos va a ser muy útil en cursos posteriores.

Resolvemos aquí cuatro ejemplos de ecuaciones de segundo grado, intentaremos abarcar todos los posibles obstáculos que nos podremos encontrar:

Ejemplo 1:

$$3x^2-2x=3x+8$$

Pasamos todos los términos a la izquierda:

$$3x^2-2x-3x-8=0$$

Unimos los términos semejantes:

$$3x^2-5x-8=0$$

En este caso, a= 3 b = -5 c = -8

Aplicando la fórmula general $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a}$ nos queda:

$$x=\frac{+5\pm\sqrt{25-4\cdot 3\cdot(-8)}}{6}$$ (fijémonos que como b = -5, será -b = -(-5) = +5)

Ahora, tengamos en cuenta que hay que hacer primero las multiplicaciones que están dentro de la raíz, y que antes que nada lo más conveniente es multiplicar los signos que aparezcan dentro. Teniendo en cuenta esto, nos quedará:

$$x=\frac{+5\pm\sqrt{25+96}}{6}$$

Luego:

$$x=\frac{+5\pm\sqrt{121}}{6}=\frac{5\pm 11}{6}$$

Y así nos quedarán dos soluciones: x = < $\begin{matrix} \dfrac{5+11}{6}=\dfrac{16}{6}=\dfrac{8}{3} \\ \dfrac{5-11}{6}=\dfrac{-6}{6}=-1 \end{matrix}$ Es decir, x = 8/3 ; x = -1

…....................

Ejemplo 2: En este ejemplo veremos que, en el caso en que la raíz no sea exacta, lo que haremos será dejar las soluciones indicadas:

$$x^2+x-5=0$$

En este caso a = 1 b = 1 c = -5

Así que nos quedará:

$$x=\frac{-1\pm\sqrt{1-4\cdot1\cdot(-5)}}{2}=\frac{-1\pm\sqrt{1+20}}{2}=\frac{-1\pm\sqrt{21}}{2}$$

Como la raiz de 21 no es exacta, lo que haremos es dejar la solución indicada:

Las dos posibles soluciones en este caso son: $x=\frac{-1+\sqrt{21}}{2}$ $x=\frac{-1-\sqrt{21}}{2}$

…....................

Ejemplo 3: Veremos ahora qué pasa si lo que nos sale dentro de la raíz es 0.

$$16x^2-24x=-9$$

Antes de nada, tenemos que dejar a la derecha el 0:

$$16x^2-24x+9=0$$

Ahora sí podemos usar la fórmula teniendo en cuenta que a = 16 b = -24 c = 9

$$x=\frac{+24\pm\sqrt{576-4\cdot16\cdot9}}{32}=\frac{+24\pm\sqrt{576-576}}{32}=\frac{+24\pm\sqrt{0}}{32}=\frac{+24\pm0}{32}$$

Pero claro, sumar cero y restar cero es lo mismo, luego en este caso sólo habrá una solución (aunque se dirá que es una solución “doble”), que será $x=\frac{24}{32}=\frac{3}{4}$

La solución es entonces: $x=\frac{3}{4}$ (doble)

…....................

Ejemplo 4: Ahora veremos lo que pasa si dentro de la raíz obtenemos un número negativo:

$3x^2+2x+1=0$ En este caso, a = 3 b = 2 c = 1

$x=\frac{-2\pm\sqrt{4-4\cdot3\cdot1}}{6}=\frac{-2\pm\sqrt{4-12}}{6}=\frac{-2\pm\sqrt{-8}}{6}$ Como las raíces de números negativos no son números reales, en caso de obtener algo así, pararemos la ecuación y diremos simplemente que en este caso NO TIENE SOLUCIÓN REAL.